



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

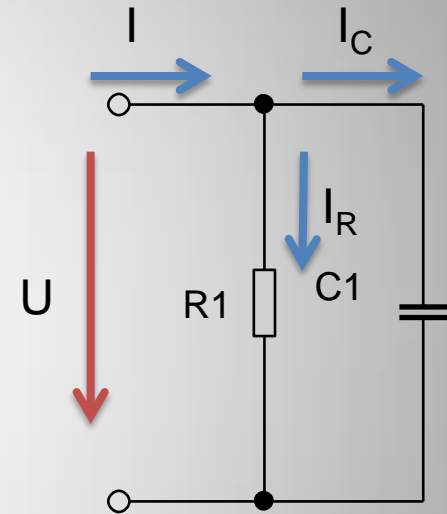
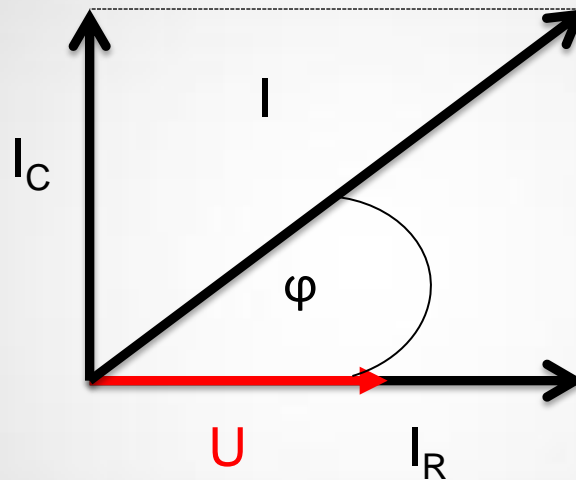
Identifikátor materiálu: VY\_32\_INOVACE\_353

<b>Anotace</b>	Výuková prezentace .Na jednotlivých snímcích jsou postupně odkrývány informace, které žák zapisuje či zakresluje do sešitu.
<b>Autor</b>	Ing. Vadim Starý
<b>Jazyk</b>	Čeština
<b>Očekávaný výstup</b>	Student zná řešení jednoduchých obvodů střídavého proudu komplexní metodou
<b>Speciální vzdělávací potřeby</b>	- žádné –
<b>Klíčová slova</b>	Komplexní metoda, složené obvody střídavého proudu
<b>Druh učebního materiálu</b>	Prezentace
<b>Druh interaktivity</b>	Výklad podpořený vizualizací a práce se zápisem do sešitu.
<b>Cílová skupina</b>	Žák
<b>Stupeň a typ vzdělávání</b>	Střední Vzdělávání - SOŠ
<b>Typická věková skupina</b>	15 - 17 let / 2. ročník
<b>Celková velikost</b>	VY_32_INOVACE_353.ppt 793 600kB
<b>Škola, projekt:</b>	VSŠ a VOŠ MO, Moravská Třebová ; Virtuální studovna, reg. č. CZ.1.07/1.5.00/34.0525
<b>Vzdělávací oblast</b>	Odborné vzdělávání
<b>Vzdělávací obor:</b>	Elektrotechnický základ
<b>Téma:</b>	Složené obvody střídavého proudu III
<b>Zdroje:</b>	Uvedeny na poslední straně
<b>Datum vytvoření materiálu:</b>	12.1.2014
<b>Datum pilotního ověření:</b>	24. 2. 2014

# Složené obvody střídavého proudu III

Opakování:

- Paralelní kombinace rezistoru a kondenzátoru



$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

$$I = YU = U\sqrt{G^2 + B_C^2}$$

$$\cos\varphi = \frac{G}{Y} = \frac{I_R}{I}$$

$$\sin\varphi = \frac{B_{LC}}{Y} = \frac{I_C}{I}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{B_C}{G} = \frac{I_C}{I_R}$$

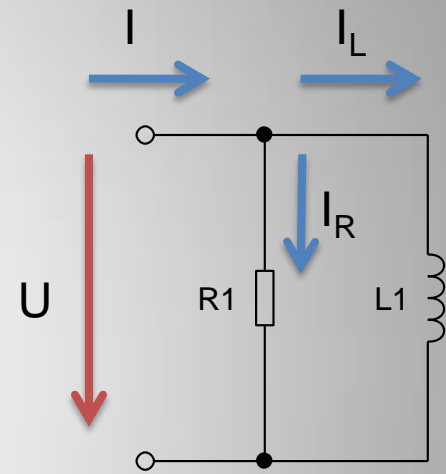
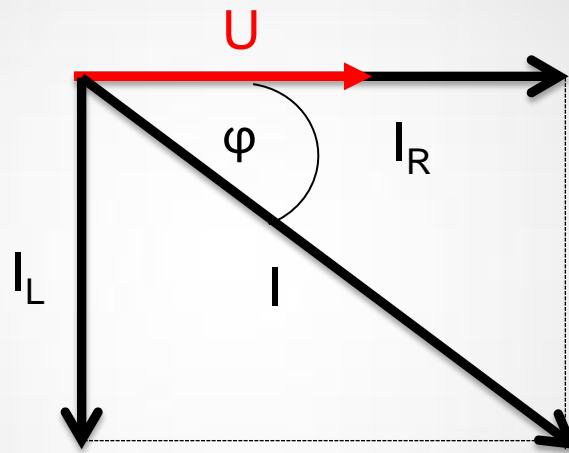
# Složené obvody střídavého proudu III

Opakování:

- Paralelní kombinace rezistoru a cívky

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

$$I = YU = U\sqrt{G^2 + B_L^2}$$



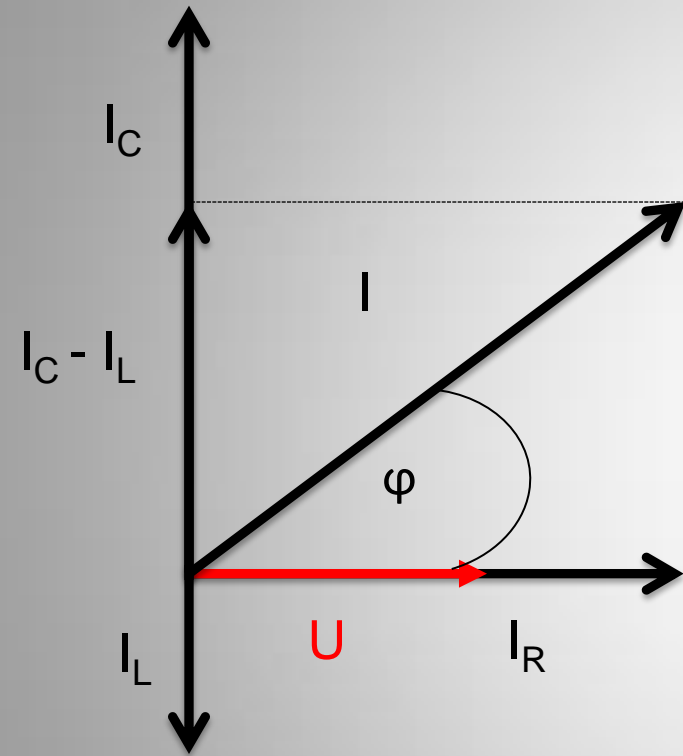
$$\sin\varphi = \frac{B_L}{Y} = \frac{I_L}{I}$$

$$\cos\varphi = \frac{G}{Y} = \frac{I_R}{I}$$

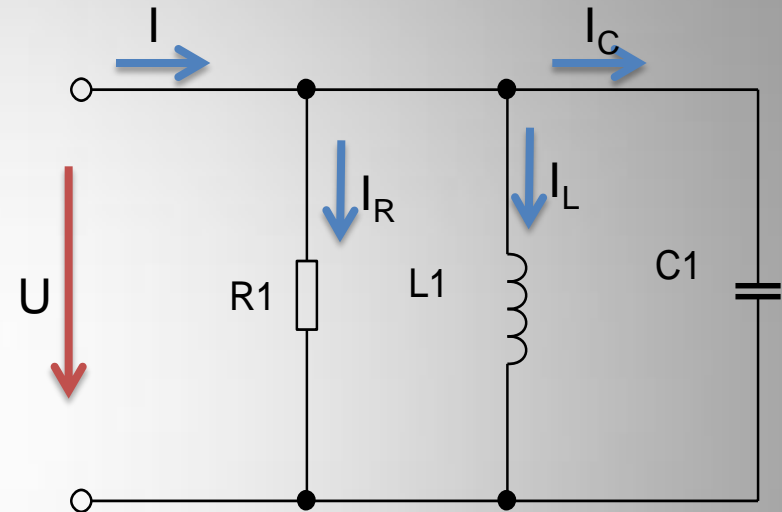
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{B_L}{G} = \frac{I_L}{I_R}$$

# Složené obvody střídavého proudu III

Opakování: • Paralelní kombinace rezistoru, kondenzátoru a cívky



Varianta  $B_C > B_L$   
Tedy  $I_C > I_L$



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz, H, F]}$$

Jedná se o tzv. paralelní rezonanční obvod. Mohou nastat celkem 3 stavy:

$I_L > I_C$  – převládat bude indukčnost – induktivní charakter obvodu

$I_C > I_L$  – převládat bude kapacita – kapacitní charakter obvodu

$I_L = I_C$  - účinky napětí se vzájemně ruší, dochází k tzv. proudové rezonanci. Výsledné napětí je dáno pouze velikostí odporu R. Napětí a proud budou ve fázi.

# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

- Pro řešení složitějších obvodů RLC používáme tzv. SYMBOLICKO-KOMPLEXNÍ METODU
- Tato metoda vyžaduje znalost komplexních čísel.
- Vychází z rozložení fázorů (vektorů) do Gaussovy roviny komplexních čísel.

!!! Vysvětlování problematiky komplexních čísel přesahuje rozsah předmětu, jsou zde jen zmíněny základy !!!

### Obor komplexních čísel

Až dosud jsme si vystačili s oblastí reálných čísel. Avšak můžeme se setkat s případy, které s pomocí reálných čísel vyřešit neumíme. Např. v případě řešení kvadratické rovnice

$$5x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 = -1$$

Tyto rovnice nemají řešení v oboru reálných čísel a proto je musíme řešit v oboru čísel komplexních.

# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

**Komplexní číslo A** vyjadřujeme v několika tvarech

$j$  – imaginární jednotka ( $j^2 = -1$ ) ! v matematice používáme symbol  $i$

**SLOŽKOVÝ TVAR**  $A = a + jb$

**GONIOMETRICKÝ TVAR**  $A = |A|(\cos\alpha + jsin\alpha)$

**EXPONENCIÁLNÍ TVAR**  $A = |A|e^{j\alpha}$

**ABSOLUTNÍ HODNOTA (MODUL)**  $|A| = \sqrt{a^2 + b^2}$

**ÚHEL  $\alpha$  (ARGUMENT)**  $tg\alpha = \frac{b}{a}$

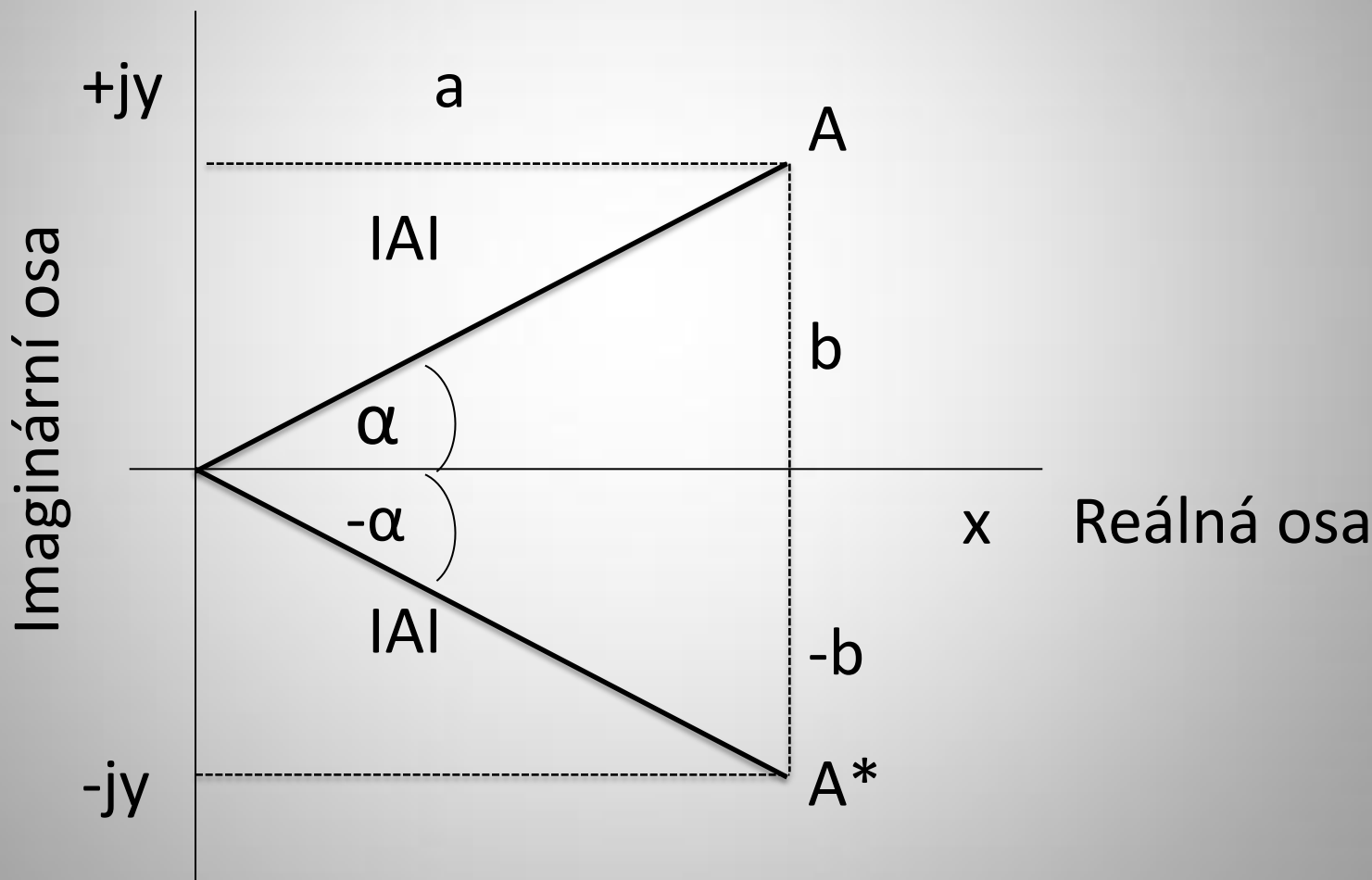
**ČÍSLO KOMPLEXNĚ SDRUŽENÉ**  $A^* = a \pm jb$

# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

Otázky

### Gaussova rovina komplexních čísel



# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

Obvody RLC s využitím komplexních čísel řešíme takto:

- veličiny, které leží na ose x tvoří reálnou část komplexního čísla
- veličiny, ležící na ose y tvoří imaginární část komplexního čísla
  - V kladném směru osy y, píšeme  $+j$
  - V záporném směru osy y, píšeme  $-j$

Pro paralelní RLC platí:

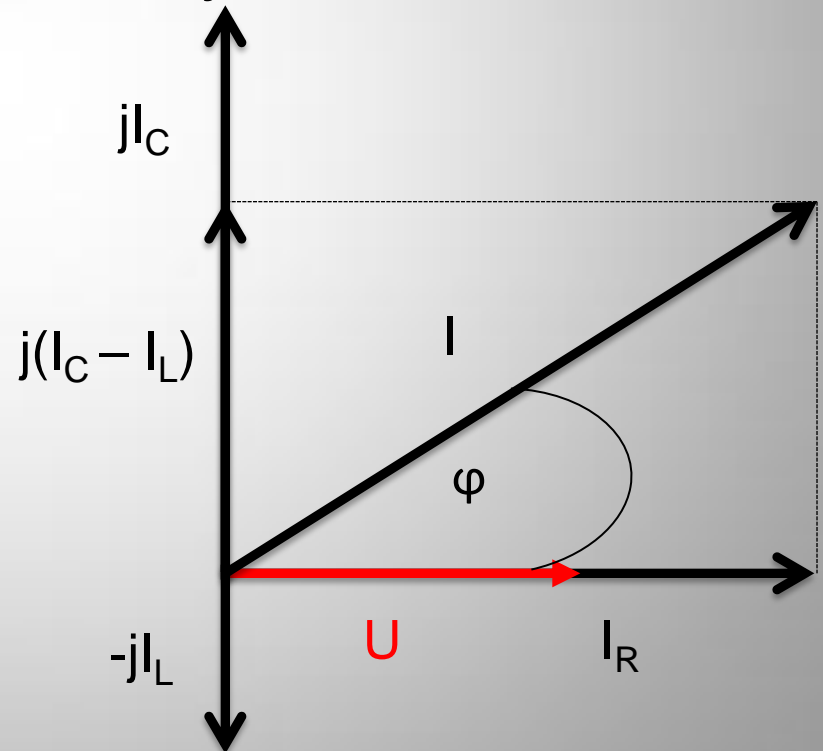
$$+jI_C (+jB_C)$$

$$-jI_L (-jB_L)$$

Pro sériový RLC platí:

$$+jU_L (+jX_L)$$

$$-jU_C (-jX_C)$$



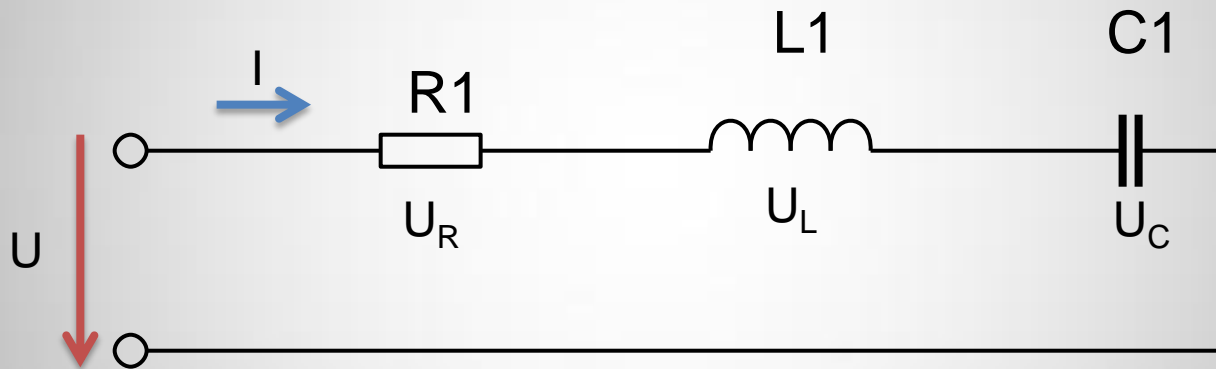


# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

Příklad:

V sériovém zapojení RLC je  $R=150\ \Omega$ ,  $L=0,85\text{H}$ ,  $C=45\mu\text{F}$ . Proud procházející cívkou je  $0,65\text{A}$  a má frekvenci  $60\text{ Hz}$ . Stanovte napětí na jednotlivých prvcích, napětí zdroje, jednotlivé reaktance, celkovou impedanci a fázový posuv. Počítejte s využitím komplexních čísel.



Pro sériový RLC platí:

$$+jU_L (+jX_L)$$

$$-jU_C (-jX_C)$$

1. Vypočteme reaktance:

$$-jX_C = \frac{1}{2\pi f C} = -58,95j\Omega$$

$$jX_L = 2\pi f L = 320,44j\Omega$$

# Složené obvody střídavého proudu III

## paralelní kombinace prvků R, L, C

Příklad:

2. Vypočteme celkovou impedanci

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 150 + 261,49j\Omega$$

3. Vypočteme jednotlivá napětí

$$U_C = -IjX_C = -38,32jV$$

$$U_L = IjX_L = 208,23jV$$

$$U = ZI = 0,65(150 + 261,49j) = 97,5 + 170jV$$

4. Vyjádříme fázový posun

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = 60,16^\circ$$

# Složené obvody střídavého proudu III

## Opakování:

1. Jaké znáte tvary zápisu komplexních čísel

Odpověď

2. Nakresli a popiš Gaussovu rovinu komplexních čísel

Odpověď

3. S využitím komplexních čísel vyřeš příklad:

V sériovém zapojení RLC je  $R=160\ \Omega$ ,  $L=0,94\text{H}$ ,  $C=40\ \mu\text{F}$ . Proud procházející cívkou je  $0,65\text{A}$  a má frekvenci  $50\ \text{Hz}$ . Stanovte napětí na jednotlivých prvcích, napětí zdroje, jednotlivé reaktance, celkovou impedanci a fázový posuv.

Odpověď

# Řešení příkladu

$$-jX_C = \frac{1}{2\pi fC} = -79,58j\Omega$$

$$jX_L = 2\pi fL = 295,31j\Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 160 + 215,73j\Omega$$

$$U_C = -IjX_C = -51,73jV$$

$$U_L = IjX_L = 191,95jV$$

$$U = ZI = 104 + 140,22jV$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = 53,43^\circ$$

# Použité materiály

- BLAHOVEC, Antonín. Elektrotechnika II. 2. nezměň.vyd. Praha: Informatorium, 1997, 153 s. ISBN 80-860-7319-X.
- ZAPLATÍLEK, Karel. Základy elektrotechniky ZELí. User.unob.cz [online]. [cit. 2013-09-17]. Dostupné z: <http://user.unob.cz/zaplatilek/ZEL/Index.htm>
- Komplexní rovina. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-10-29]. Dostupné z: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Komplexn%C3%AD\\_rovina](http://cs.wikipedia.org/wiki/Komplexn%C3%AD_rovina)
- Učebnice matematiky pro SŠ. Www.realisticky.cz [online]. 2010 [cit. 2013-10-29]. Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/ucebnice/01%20Matematika%20S%C5%A0/06%20Komplexn%C3%AD%20C4%8D%C3%ADsla/02%20Goniometrick%C3%BD%20tvar%20komplexn%C3%ADch%20C4%8D%C3%ADsel/01%20Zobrazen%C3%AD%20komplexn%C3%ADch%20C4%8D%C3%ADsel%20do%20Gaussovy%20roviny.pdf>

## Použité obrázky

1. Schémata byly vytvořeny programem profiCAD, licence: VSŠ a VOŠ Moravská Třebová  
<http://www.proficad.cz/>